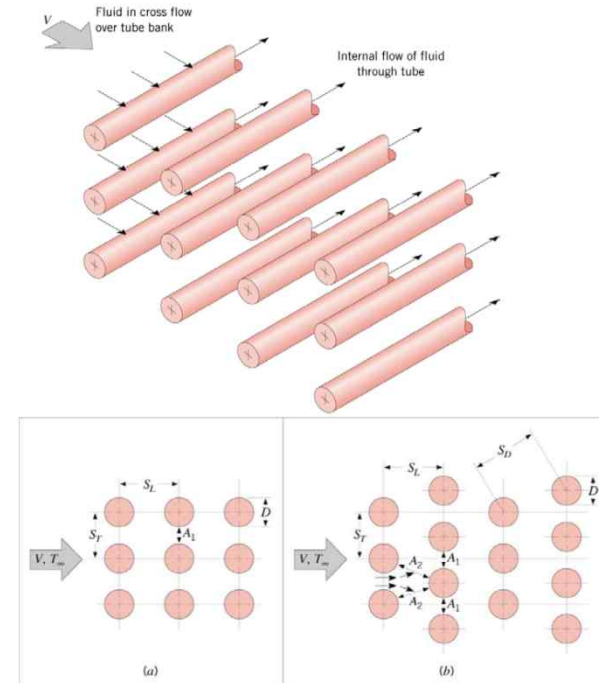
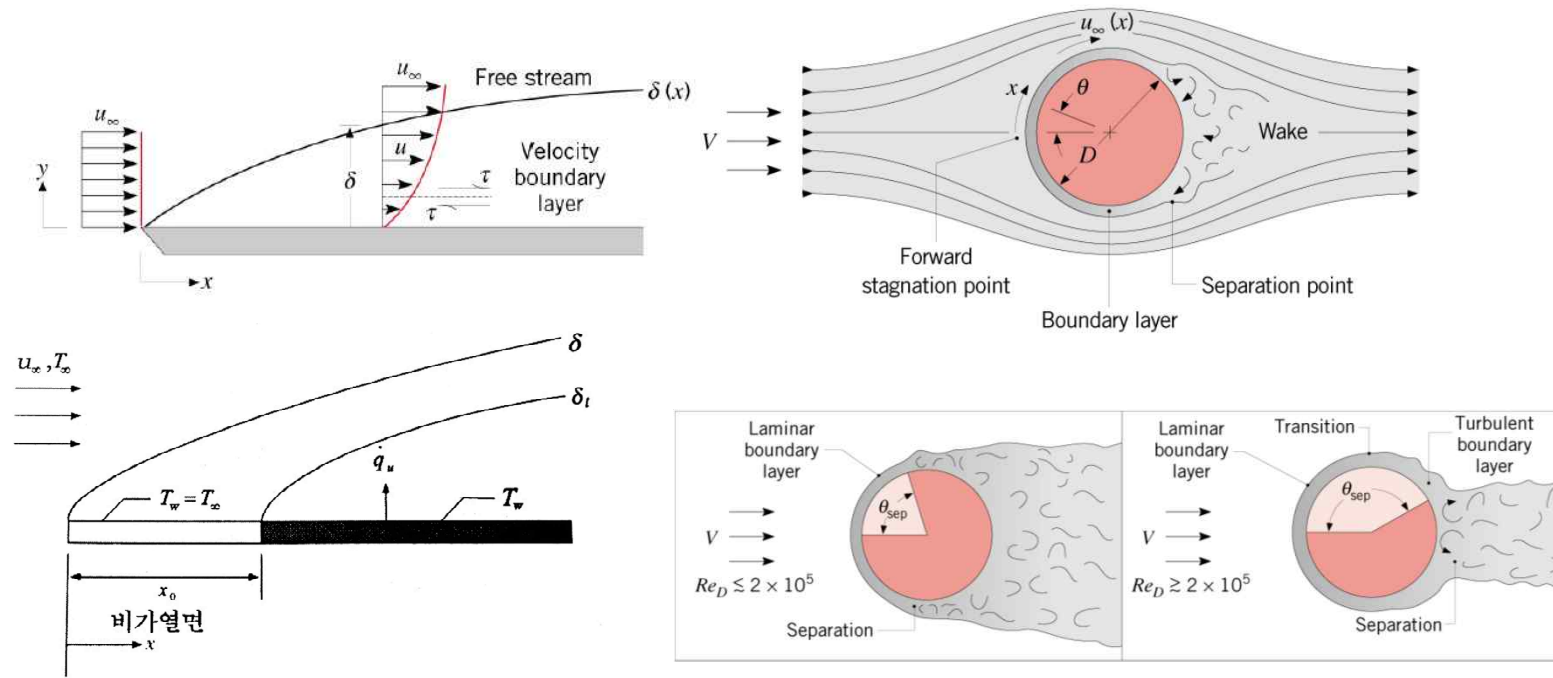


Chap 7. 외부 강제 대류

7-1. Introduction

1) 내부 강제 대류 열전달란?

- 주된 현상 : 고체 표면과 그 표면 위를 강제로 흐르는 유체와의 열전달 → 팬(fan), 펌프 등에 의한 강제로 유동의 열전달
- 열전달 계수 구하는 방법 : 해석적 방법과 실험적 방법(→ 실험 상관식, $Nu_x \equiv \frac{hx}{k_f} = cRe^m Pr^n$)
- 유체 물성치 관련 온도 : 막 온도(T_f), 자유유동 온도(T_∞), 고체표면온도(T_w)
- 외부유동 종류 : 평판(등온 평판, 비가열길이 평판, 균일열유속 평판), 원통관, 단일 구, 관군(tube banks)



Chap 7. 외부 강제 대류

7-2. Plate

1) 등온 평판(Isothermal surface)

① 층류 유동(laminar flow)

- 국소 Nusselt 수(엄밀해) :

$$N_x = \frac{h_x x}{k} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad 0.6 < Pr < 10 \quad (7.9)$$

- 평균 Nusselt 수(엄밀해) :

$$h_m = \frac{1}{L} \int_0^L h(x) dx = \frac{1}{L} 0.332 k Pr^{1/3} (u_\infty / \nu)^{1/2} \int_0^L \frac{1}{x^{1/2}} dx$$

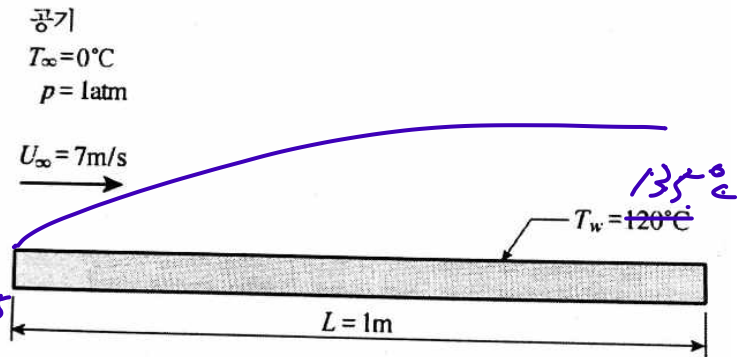
$$= 2 \left(0.332 k Pr^{1/3} \frac{Re_L^{1/2}}{L} \right) = 2 [h(x)]_{x=L} \quad (7.11)$$

$$N_m = \frac{h_m x}{k} = 0.664 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} \quad 0.6 < Pr < 10 \quad (7.12)$$

- 낮은 Pr 수 유체(액체금속) : $N_x = 0.564 Re_x^{1/2} Pr^{1/2} \quad Pr \ll 1 \quad (7.13)$

- 높은 Pr 수 유체(오일 등) : $N_x = \frac{0.3387 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.0468/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \quad Re_x Pr > 100 \quad (7.14)$

예제 7.1 그림 7.1에서와 같이, 표준상태의 공기가 135°C의 균일한 온도로 유지된 직사각형의 평판 위를 7m/s의 속도로 흐르고 있다. 공기의 물성치는 $\nu = 19.2 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$, $k = 0.029 \text{ W/m} \cdot \text{K}$, $Pr = 0.70$ 이다. 평판의 길이가 1m이고 폭이 0.8m일 때 (a) 평판 끝에서의 국소 열전달계수, (b) 평판 전체에 대한 평균 열전달계수, (c) 평판으로부터의 대류열전달률을 구하라.



(a) $Re_L = \frac{7 \times 1}{19.2 \times 10^{-6}} = 364,583 < 5 \times 10^5$

$N_{ux} = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3} = 0.332 \times (364,583)^{1/2} \times 0.7^{1/3}$

$= 178 = \frac{h_x \cdot L}{k_f} \therefore h_x = \frac{178 \times 0.029}{1} = 5.16 \text{ W/m}^2\text{K}$

(b) $h_m = 2 \times h_x = 10.32 \text{ W/m}^2\text{K}$

(c) $\dot{Q}_x = h_m \cdot A \cdot \Delta T = 10.32 \times 1 \times 0.8 \times (135 - 0)$

$= 1114.6 \text{ (W)}$

Chap 7. 외부 강제 대류

7-2. Plate

1) 등온 평판(Isothermal surface)

② 난류 유동(Turbulent flow): 막 온도 기준

- 국소 Nusselt 수(엄밀해) : $N_x = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$ $0.6 < Pr < 60$ (7.16b) for $5 \times 10^5 < Re_x < 10^7$

$$Nu_x = 0.185 Re_x (\log Re_x)^{2.584} Pr^{1/3} \quad 10^7 < Re_x < 10^9 \quad (7.17) \quad \text{for } 10^7 < Re_x < 10^9$$

- 평균 Nusselt 수(엄밀해) : $N_m = 0.0370 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$ $0.6 < Pr < 60, Re_x < 10^8$ (7.18)

③ 혼합 유동(천이유동)

- 평균 Nusselt 수(실험식) :

$$h_m = \frac{1}{L} \left(\int_0^x h_{lam} dx + \int_x^L h_{turb} dx \right) \quad (7.19)$$

$$N_m = (0.037 Re_L^{4/5} - 871) Pr^{1/3} \quad 0.6 < Pr < 60, 5 \times 10^5 < Re_L < 10^8 \quad (7.20)$$

$$N_m = 0.036 Pr^{0.43} (Re_L^{0.8} - 9200) \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w} \right)^{0.25} \quad (7.21) \quad 0.7 < Pr < 380, 2 \times 10^5 < Re_L < 5.5 \times 10^6, 0.26 < \frac{\mu_\infty}{\mu_w} < 3.5$$

* (7-21) 식의 유체 물성치 : T_∞ 기준, T_w 기준

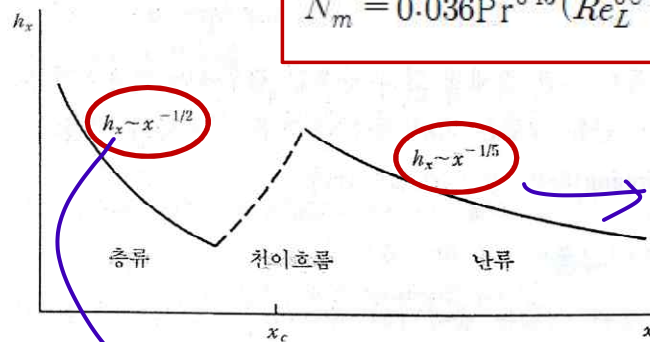


그림 7.2 층류 및 난류유동영역에서의 국소열전달계수의 함수형태

$$Nu_x = 0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}$$

$$\frac{h_x \cdot x}{k_f} = 0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{1/3}$$

$$h_x \sim 0.0296 x^{-1/5} \cdot x^{-1} = 0.0296 x^{-6/5}$$

$$\rightarrow h_m = \frac{1}{x} \int h_x dx = 0.0296 x^{-6/5} \cdot \frac{5}{4} x^{4/5} = 0.0296 \cdot \frac{5}{4} x^{-2/5} = 0.037 x^{-2/5}$$

$$= 0.037 x^{-2/5}$$

$$\rightarrow 0.0296 \times \frac{5}{4}$$

$$h_m = \frac{1}{x} \int h_x(x) dx = \frac{1}{x} \int x^{-6/5} dx = \frac{1}{x} \cdot \frac{5}{4} x^{-1/5} = \frac{5}{4} x^{-6/5} = \frac{5}{4} h_x(x) = 1.25 h_x(x)$$

$$h_m = \frac{1}{x} \int h_x(x) dx = \frac{1}{x} \int x^{-1/2} dx = \frac{1}{x} \cdot (2 x^{1/2}) = 2 x^{-1/2} = 2 h_x(x)$$

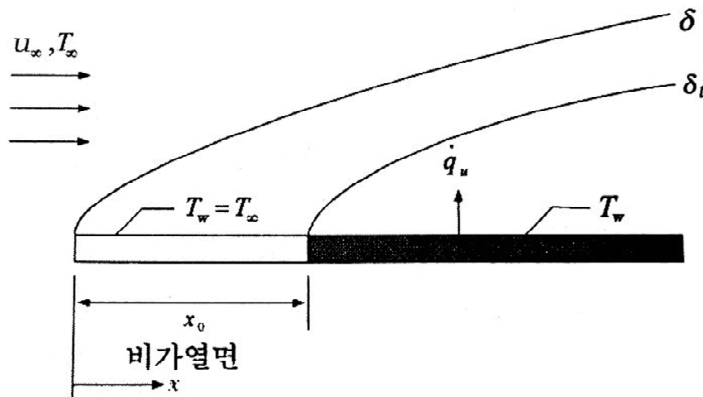
Chap 7. 외부 강제 대류

7-2. Plate

2) 비가열 길이 평판

(Unheated starting length surface)

- 형상



See, Ex 7-2.

- 층류유동의 비가열 길이 평판의 Nusselt 수

- 국소 누셀 수 :
$$N_x = \frac{0.332 Re_x^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{3/4}\right]^{1/3}} \quad x \geq x_0 \quad (7.22)$$

- 평균 누셀 수 :
$$N_m = \frac{2[1 - (x_0/x)^{3/4}]}{1 - x_0/x} N_x \quad (7.24)$$

- 난류유동의 비가열 길이 평판의 Nusselt 수

- 국소 누셀 수 :
$$N_x = \frac{0.0296 Re_x^{4/5} Pr^{3/5}}{\left[1 - \left(\frac{x_0}{x}\right)^{9/10}\right]^{1/9}} \quad x \geq x_0 \quad (7.23)$$

- 평균 누셀 수 :
$$N_m = \frac{2[1 - (x_0/x)^{3/4}]}{1 - x_0/x} N_x \quad (7.24)$$

$$\Delta (T_w - T_\infty)_m = \frac{1}{L} \int_0^L (T_w - T_\infty) dx = \frac{q_w''}{L} \int_0^L \frac{1}{h_x} dx = \frac{q_w''}{L} \int_0^L \frac{x}{k Nu_x} dx = \frac{q_w'' L^2}{L^2 k Nu_m} = \frac{q_w'' \cdot L}{k Nu_m}$$

for 등온 등압 조건 $\rightarrow Nu_m$

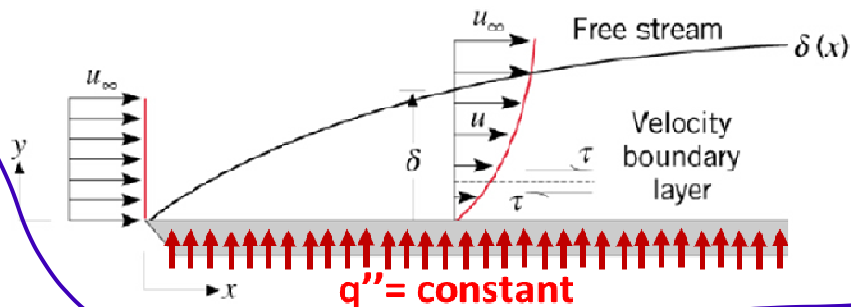
Chap 7. 외부 강제 대류

7-2. Plate

3) 균일 열유속 평판

● 형상

$$\left(\frac{q_w''}{h_x} \right)$$



$$T_w(x) = T_\infty + \frac{q_w''}{h_x} \text{ 이라기 } (T_w - T_\infty) = \frac{q_w''}{h_x} \text{ 이다.}$$

예제 7.3 대기압, 10°C의 물이 3m/s의 속도로 70°C의 균일한 온도로 유지된 직사각형의 평판 위를 흐르고 있다. 직사각형 평판의 길이와 폭이 각각 1.2m, 1m일 때 (a) 천이가 일어나면, x_c 를 구하라, (b) 평판 전체의 대한 대류열전달계수, (c) 평판으로부터의 대류열전달률을 구하라.

예제 7.4 면적 42cm×42cm인 평판이 $\dot{q} = 1953 \text{ W/m}^2$ 의 균일한 열유속 표면으로 여 있다. 대기압, 27°C 상태의 공기가 평판 위를 12m/s의 속도로 유동할 때, 평판의 균 표면온도를 구하라.

$$T_f = \frac{10 + 70}{2} = 40^\circ\text{C} \rightarrow \begin{aligned} \nu &= 65.64 \times 10^{-8} \\ k &= 0.63 \\ Pr &= 4.32 \end{aligned}$$

$$Re_L = \frac{3 \times 1.2}{65.64 \times 10^{-8}} = 5.48 \times 10^6 > 5 \times 10^5$$

$$\nu = 16.84 \times 10^{-6}, k = 0.02624, Pr = 0.708$$

$$Re_L = \frac{12 \times 0.42}{16.84 \times 10^{-6}} = 299,287 < 5 \times 10^5 \rightarrow \text{층류}$$

$$\therefore \frac{U_\infty x_c}{\nu} = 5 \times 10^5 \text{ 이라기 } x_c = \frac{5 \times 10^5 \times 65.64 \times 10^{-8}}{3} = 0.1084 \text{ (m)}$$

$$(b) Nu_m = (0.037 Re_L^{1/4} - 871) Pr^{1/4} = (0.037 \times (5.48 \times 10^6)^{1/4} - 871) (4.32)^{1/4} = 13,353$$

$$\therefore Nu_m = \frac{h_m \cdot x}{k_f} \text{ 이라기 } h_m = \frac{Nu_m \cdot k_f}{x} = \frac{13,353 \times 0.63}{1.2} = 7,010 \text{ W/m}^2\text{K}$$

$$(c) \dot{Q} = h_m A \Delta T = 7010 \times (1.2 \times 1) \times 60 = 504.74 \text{ (kW)}$$

$$Nu_m = 0.664 Re_L^{1/2} Pr^{1/3} = 324 = \frac{h_m \cdot x}{k}$$

$$\therefore (T_w - T_\infty)_m = \frac{q_w'' \cdot L}{k Nu_m} = \frac{1953 \times 0.42}{0.02624 \times 324} = 96.4$$

$$\therefore (T_w)_m = 96.4 + T_\infty = 123.4 (^\circ\text{C})$$

Chap 7. 외부 강제 대류

7-3. 직교류(Cross flow)

1) 원형 실린더(원통)

- Conditions depend on special features of boundary layer development, including onset at a **stagnation point** and **separation**, as well as **transition** to turbulence.

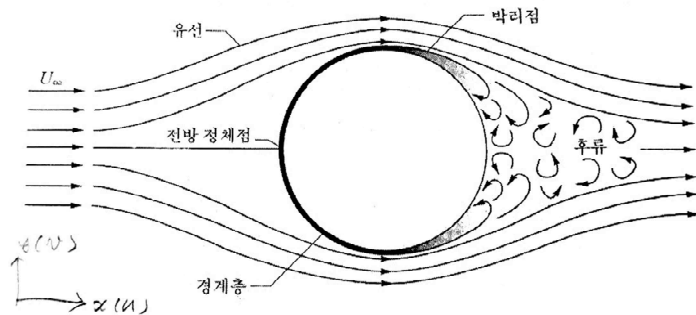
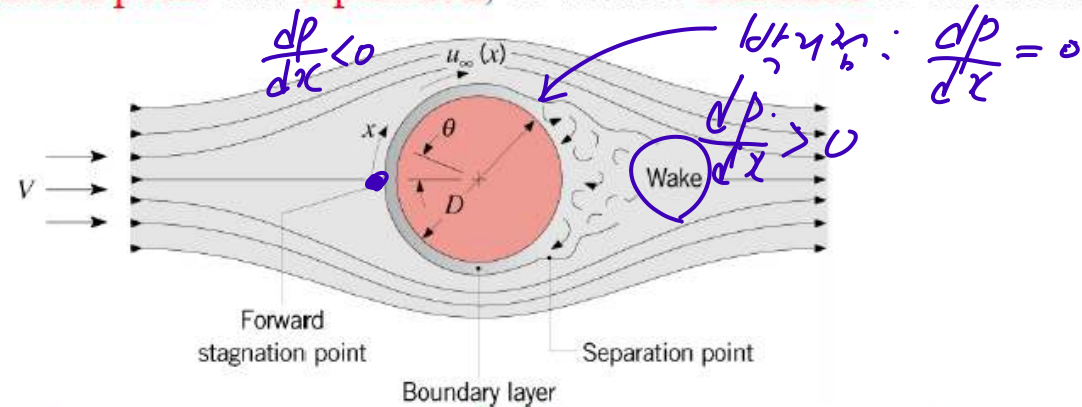


그림 7.4 원통의 직교류 형태

The Cylinder in Cross Flow



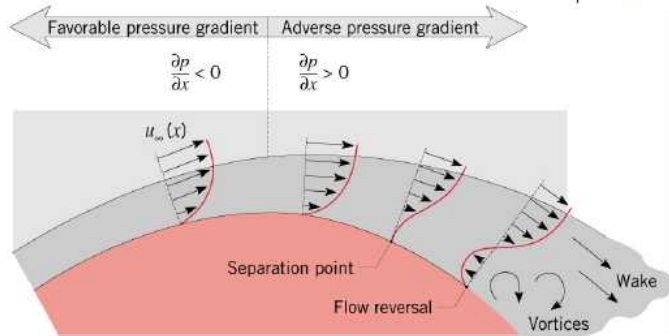
- **Stagnation point**: Location of **zero velocity** ($u_\infty = 0$) and **maximum pressure**.
- Followed by boundary layer development under a **favorable pressure gradient** ($dp/dx < 0$) and hence acceleration of the free stream flow ($du_\infty/dx > 0$).
- As the rear of the cylinder is approached, the pressure must begin to increase. Hence, there is a minimum in the pressure distribution, $p(x)$, after which boundary layer development occurs under the influence of an **adverse pressure gradient** ($dp/dx > 0, du_\infty/dx < 0$).

Chap 7. 외부 강제 대류

7-3. 직교류(Cross flow)

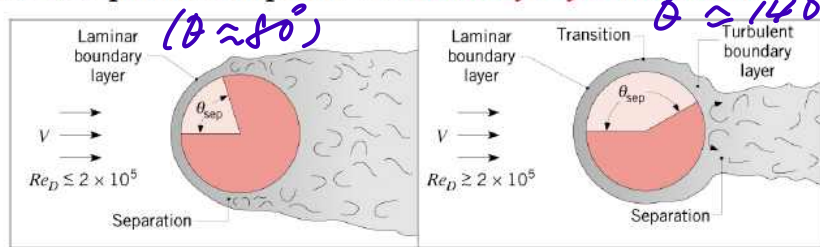
1) 원형 실린더(원통)

- **Separation** occurs when the velocity gradient $du/dy|_{y=0}$ reduces to zero



and is accompanied by **flow reversal** and a downstream **wake**.

- Location of separation depends on **boundary layer transition**.



$$Re_D \equiv \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{V D}{\nu}$$

- What features differentiate boundary development for the flat plate in parallel flow from that for flow over a cylinder?

- Force imposed by the flow is due to the combination of *friction* and *form drag*.

The dimensionless form of the drag force is

$$C_D = \frac{F_D}{A_f (\rho V^2 / 2)} \rightarrow \text{Figure 7.8} \quad (7.34)$$

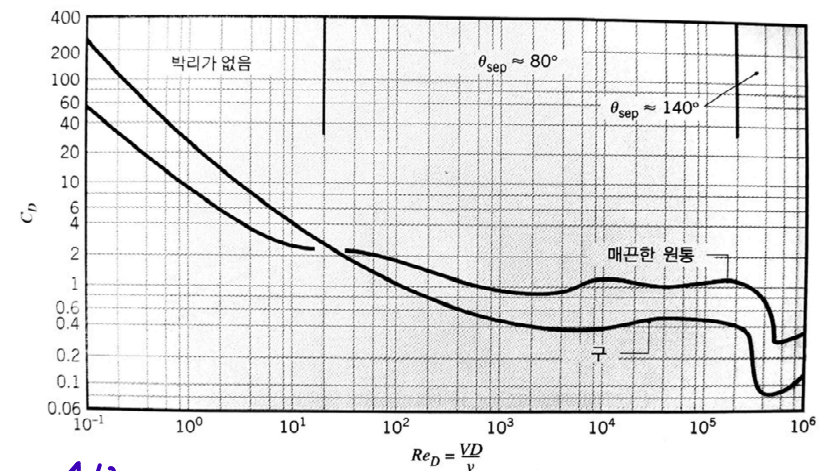
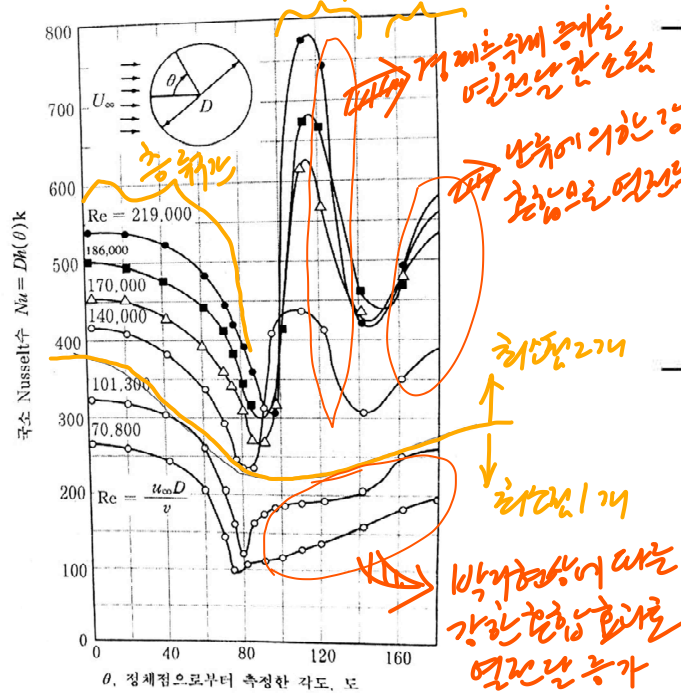


그림 7.8 직교류동 중의 매끈한 원통과 거친 원통에 대한 항력계수(2), 경계층 박리각은 원통에 대한 값임. 여기에 의해 인용함.

Chap 7. 외부 강제 대류

7-3. 직교류(Cross flow)

1) 원형 실린더(원통)



• Heat Transfer Considerations

– The Local Nusselt Number:

- How does the local Nusselt number vary with θ for $Re_D < 2 \times 10^5$?
- What conditions are associated with maxima and minima in the variation?
- How does the local Nusselt number vary with θ for $Re_D > 2 \times 10^5$?
- What conditions are associated with maxima and minima in the variation?

– The Average Nusselt Number ($\overline{Nu}_D \equiv \bar{h}D/k$):

– Churchill and Bernstein Correlation:

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1 + (0.4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282,000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

T_f 온도 기준
(1.57)

그림 7.9 직교류에 대한 원형실린더 물체의 국소열전달계수 $h(\theta)$ 의 θ 에 의한 변화

– Cylinders of Noncircular Cross Section:

$$\overline{Nu}_D = C Re_D^m Pr^{1/3}$$

$C, m \rightarrow$ Table 7.3

7-3. 직교류(Cross flow)

1) 원형 실린더(원통)

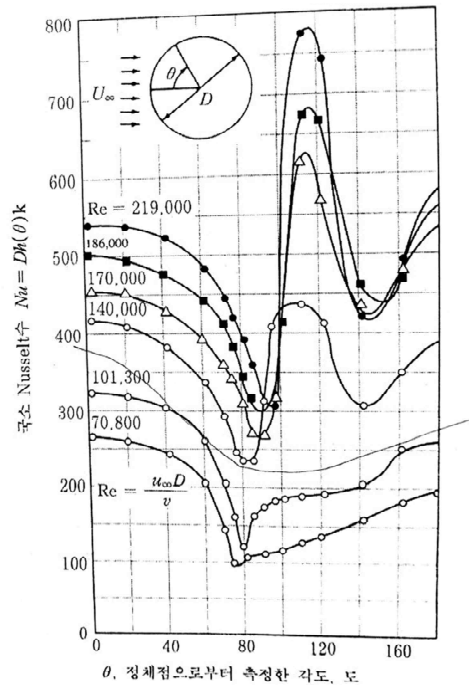


그림 7.9 직교류에 대한 원형실린더 물체의 국소열전달계수 $h(\theta)$ 의 θ 에 의한 변화

● 직교류 원통의 평균 Nusselt 수에 관한 실험식들

1) Knudsen & Katz(1958) : 막온도 기준 실험식

$$\rightarrow N_m = \frac{h_m D}{k} = C Re_D^n Pr^{1/3} \quad Pr > 0.6 \quad (7.35)$$

표 7.1 직교류에서 원통에 대한 평균 Nu 수를 구하는 식 (7.35)에서의 상수

Re_D	C	n
0.4~4	0.989	0.330
4~40	0.911	0.385
40~4,000	0.683	0.466
4,000~40,000	0.193	0.618
40,000~400,000	0.0266	0.805

1.64×10^5

막온도 기준

2) Whitaker(1972) : 자유흐름 온도(for 액체), 막온도(for 기체) 기준

$$\rightarrow N_m = (0.4 Re^{1/2} + 0.06 Re^{2/3}) Pr^{2/5} \left(\frac{\mu_\infty}{\mu_w} \right)^{1/4} \quad (7.36)$$

(*) 3) Churchill & Bernstein(1977) : 막온도(for 기체) 기준, 거의 모든 영역의 Reynolds 수에 해당되며, 별도 표 등을 안 찾고 수식으로 평균 Nu 수를 구함

$$\rightarrow N_m = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5} \quad Re_D Pr > 0.2 \quad (7.37)$$

- Churchill and Bernstein Correlation:

$$\overline{Nu}_D = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{[1 + (0.4/Pr)^{2/3}]^{1/4}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{282,000} \right)^{5/8} \right]^{4/5}$$