

Chap 6. 대류의 원리

$$\dot{Q} = \bar{h} A (T_w - T_\infty)$$

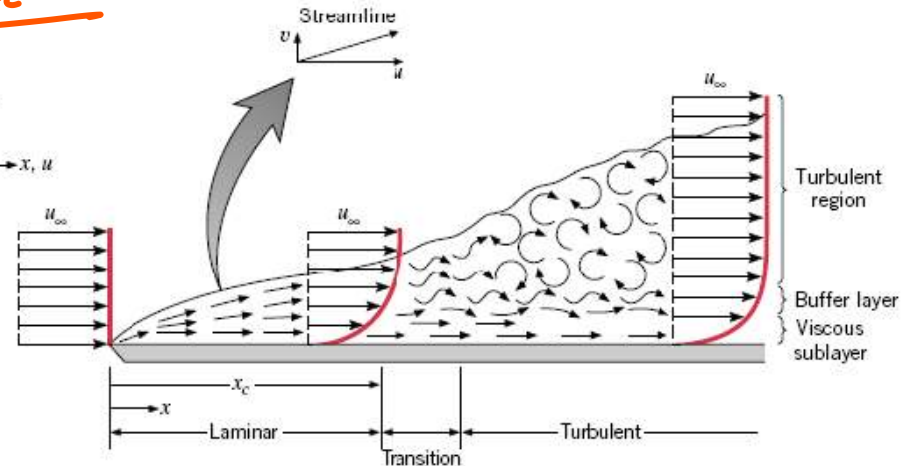
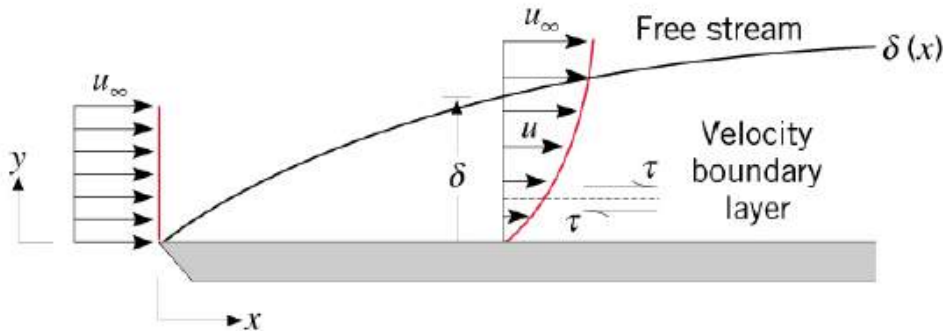
where, $\bar{h} = \frac{1}{L} \int_0^L h dx \Rightarrow \bar{h}(x) = \frac{1}{x} \int_0^x h_x dx$

6-1. Introduction

1) 대류 열전달이란?

- 주된 현상 : 고체표면과 유동하는 유체사이의 열전달 → 경계층 이론(Boundary layer) 해석 전제 조건
- 자연대류 → 온도 차에 의한 밀도 차이로 부력이 고체표면의 유체를 자연적으로 움직이게 하여 열이 전달되는 현상 증, 축소대류와 244!!
- 강제대류 → 팬(fan), 펌프 등에 의한 강제로 유동시켜 열을 전달하는 현상
- 내부(internal) 대류 vs 외부(external) 대류
- 대류 열전달율 : 뉴턴의 냉각법칙 → $\dot{Q} = \bar{h} A (T_w - T_\infty)$ (6.1) (p. 195 prob. 6-11)
- * \bar{h} : 대류 열전달계수[kJ/m²k] → 유체 물성치가 아님, 고체표면 기하학적 형상, 표면상태, 유체종류, 유동조건(층/난류) 등 영향 이것이
- 대류 열전달 문제 → 대류 열전달계수(h)를 구하는 문제 → 주로 실험적 혹은 실험식 이용! → $Nu_x \equiv \frac{hx}{k_f} = \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = Re^m Pr^n$

$$\Rightarrow Nu_x \equiv \frac{h_x x}{k_f}$$



Chap 6. 대류의 원리

6-2. 유체의 점성(Viscosity)

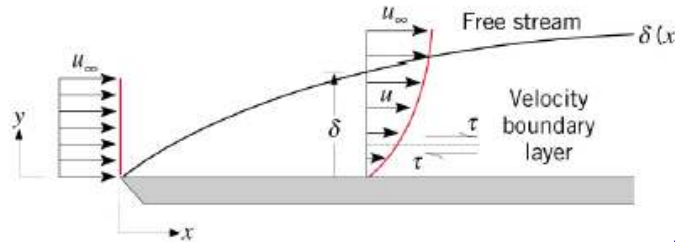
유체흐름에 평행한 고체 표면에 전단응력(τ)으로 작용함

- 유체 물성치로서 유체 상호간 혹은 유체와 접촉하는 고체면 사이에 유동을 방해하는 저항력으로 나타나는 유체 성질(저항)
- 점성계수(μ) [Ns/m^2], 동 점성계수(ν) = $\frac{\text{관성력}}{\text{점성력}}, \nu = \frac{\mu}{\rho}$ [m^2/s]
- Newton의 점성법칙 : 전단응력(τ)은 속도구배($\partial u / \partial y$)에 비례함, c.f. Newtonian Fluid → 뉴턴의 점성법칙이 적용되는 유체

* 전단응력(shear stress, τ) : $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$ [N/m^2] (6.2) → (ex) 6-1

6-3. 속도 경계층 (Velocity Boundary Layer)

- A consequence of viscous effects associated with relative motion between a fluid and a surface.
- A region of the flow characterized by shear stresses and velocity gradients.
- A region between the surface and the free stream whose **thickness δ** increases in the flow direction.
- Why does δ increase in the flow direction?
- Manifested by a **surface shear stress τ_s** that provides a drag force, F_D .
- How does τ_s vary in the flow direction? Why?



$$\delta \rightarrow \frac{u(y)}{u_{\infty}} = 0.99$$

$$\tau_s = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$$

$$F_D = \int_{A_s} \tau_s dA_s$$

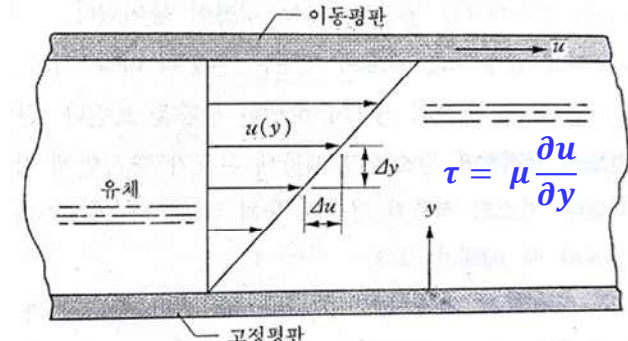


그림 6.1 고정평판과 이동평판 간의 속도구배

μ [$\text{kg/m} \cdot \text{s}$]
 ν [m^2/s]
 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ [kg/m^3]
 $\mu = f(\tau), \rho = f(T)$

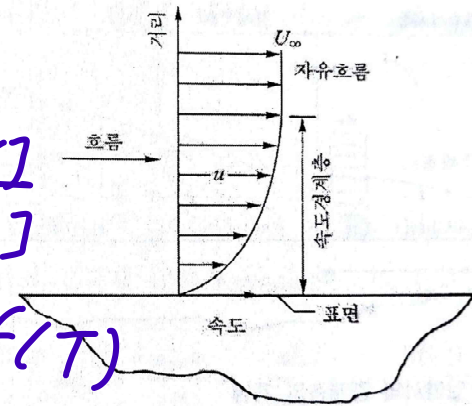


그림 6.2 유체가 표면 위를 흐를 때 발생하는 속도경계층

Chap 6. 대류의 원리

6-3. 속도 경계층 (Velocity Boundary Layer)

- 정의 : 고체 표면 주위로 흐르는 유체의 속도 차에 의한 얇은 막으로, 경계층 내 속도가 $0 \sim u_\infty$ 까지의 고체 주위의 영역
경계층 두께(δ), $\delta \rightarrow \frac{u(y)}{u_\infty} = 0.99$ or $\frac{u}{u_\infty} < 0.99$ (6.4)

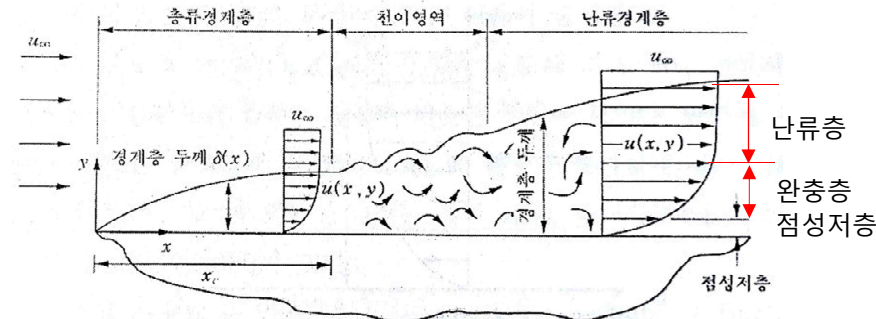


그림 6.3 평판에 따른 흐름에 있어서의 경계층의 개념

표 6. 평판을 지나는 유동

유동형태	Reynolds 수
층류유동	$Re_x \leq 5 \times 10^5$
천이유동	$5 \times 10^5 < Re_x < 10^6$
난류유동	$Re_x \geq 10^6$

- 유동장 구별(경계층 기준) : 경계층 유동 vs 포텐셜(potential) 유동(경계층 바깥 유동)

* 포텐셜 유동 : 속도구배 및 전단응력이 없는 유동

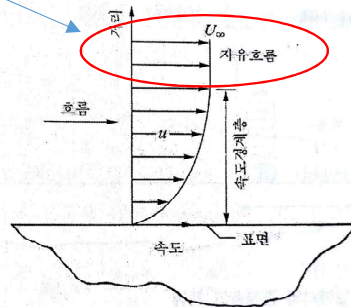
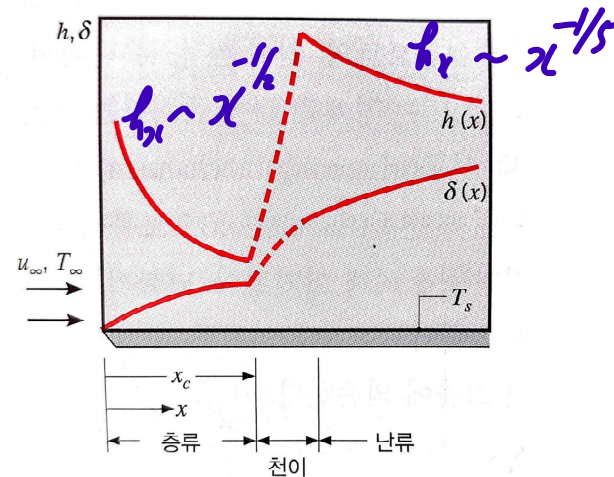


그림 6.2 유체가 표면 위를 흐를 때 발생하는 속도경계층



Chap 6. 대류의 원리

6-3. 속도 경계층 (Velocity Boundary Layer)

1) 레이놀즈 수(Re_x) : $Re_x = \frac{u_\infty x}{\nu} = \frac{\text{관성력}}{\text{점성력}}$

→ 층/난류를 구분하는 기준

2) 층류 경계층 해 : Blasius solution

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (6.7)$$

$$u(x,0) = 0, u(x,\infty) = u_\infty, v(x,0) = 0 \quad (6.8)$$

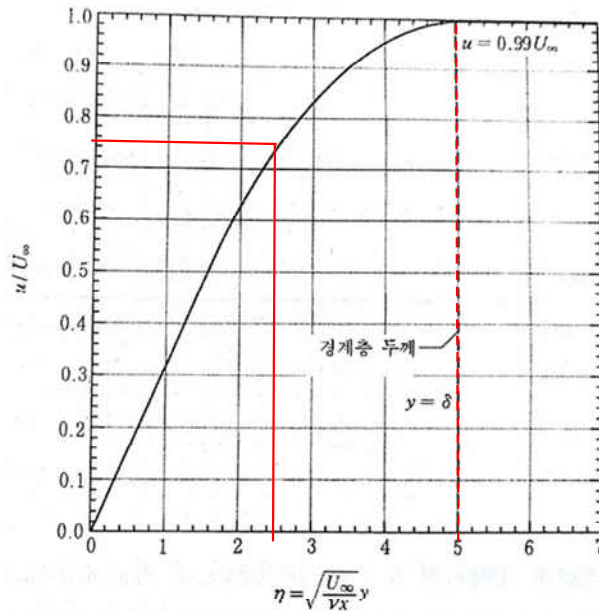


그림 6.4 상사변수 η 의 함수형태로 나타난 무차원속도 u/u_∞

표 6.1 평판을 지나는 유동

유동형태	Reynolds 수
층류유동	$Re_x \leq 5 \times 10^5$
천이유동	$5 \times 10^5 < Re_x < 10^6$
난류유동	$Re_x \geq 10^6$

$$\delta = \frac{5.0}{\sqrt{Re_x}} x \quad (6.6) \quad \rightarrow \quad \frac{\delta}{x} \sqrt{Re} = 5.0 = \frac{\delta}{x} \sqrt{\frac{u_\infty x}{\nu}} = \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} y$$

similarity variable, $\eta \equiv \sqrt{\frac{u_\infty}{\nu x}} y$

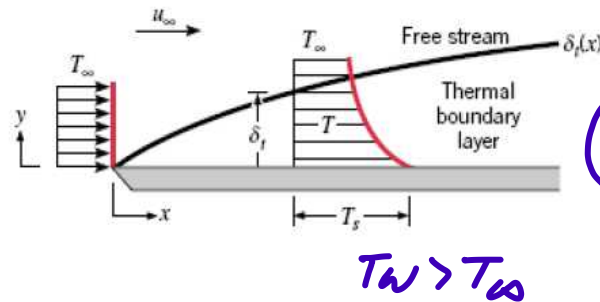
예제 6.2 1기압, 27°C인 대기가 $u_\infty = 1.2\text{m/s}$ 의 속도로 평판 위를 유동하고 있다. 이때 대기의 동점성이 $\nu = 15.98 \times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ 일 때, 선단으로부터 30cm, 60cm 떨어진 곳에서 (a) Reynolds 수 (b) 경계층두께 (c) 경계층두께의 중간인 $y = \delta/2$ 에서 속도 u 를 구하라.

Chap 6. 대류의 원리

6-4. 열 경계층 (Thermal Boundary Layer)

• Thermal Boundary Layer

- A consequence of heat transfer between the surface and fluid.
- A region of the flow characterized by temperature gradients and heat fluxes.
- A region between the surface and the free stream whose **thickness δ_t** increases in the flow direction.
- Why does δ_t increase in the flow direction?
- Manifested by a **surface heat flux q_s''** and a **convection heat transfer coefficient h** .
- If $(T_s - T_\infty)$ is constant, how do q_s'' and h vary in the flow direction?



$$\delta_t \rightarrow \frac{T_s - T(y)}{T_s - T_\infty} = 0.99$$

$$\Theta(x, y) = \frac{T_w - T}{T_w - T_\infty} < 0.99 \quad (6.9)$$

$$\dot{q} = -k_f \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0} \quad (6.10)$$

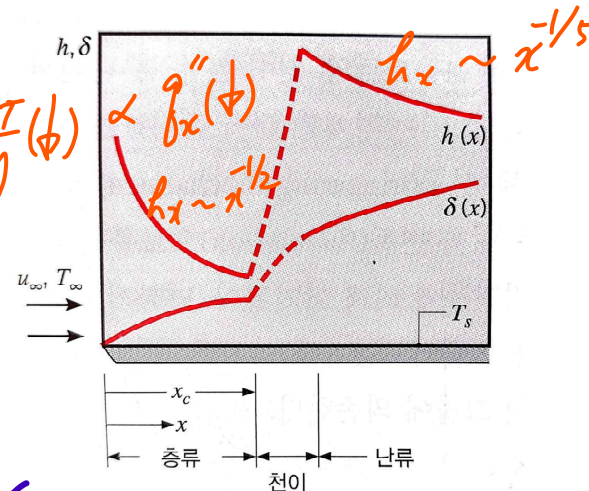
$$\dot{q}_x = h_x (T_w - T_\infty) \quad (6.11)$$

$$h_x = \frac{-k_f \frac{dT}{dy} \Big|_{y=0}}{T_w - T_\infty} \quad (6.12)$$

오류

$$q_s'' = -k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \propto x^{1/2} \propto \frac{dT}{dy}(\phi)$$

$$h \equiv \frac{-k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}}{T_s - T_\infty}$$



from (6-10) & (6-11)

See, (ex) 6-3

6-4. 열 경계층 (Thermal Boundary Layer)

1) **Nusselt 수** (Nu_x) : $Nu_x = \frac{h_x x}{k_f} = \frac{h_x \Delta T}{k_f \Delta T/x} = \frac{\text{대류에 의한 열전달}}{\text{두께 } x \text{의 유체층을 통한 열전도}}$

(6.13) $\rightarrow Nu_x \equiv \frac{hx}{k_f} = \frac{\partial T}{\partial y} \bigg|_{y=0} = Re^m Pr^n$

* 유체 물성치 기준 온도 : 고체온도(T_w), 유체경계층 밖 온도(T_∞), 막 온도(T_f) $\rightarrow T_f = \frac{T_w + T_\infty}{2}$ (6.14)

2) 플란트 수 (Pr) : $Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\text{충류경계층에서 운동량 이송율}}{\text{열에너지 이송율}}$ (6.17)

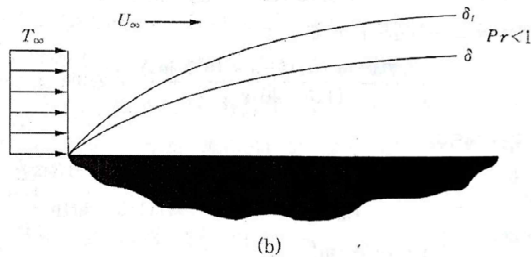
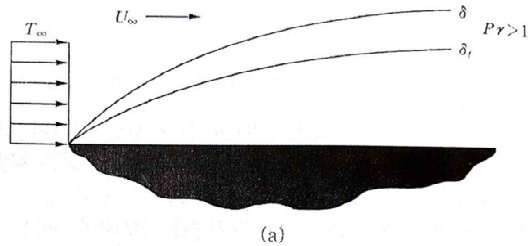


그림 6.6 Pr 수의 크기에 따른 속도 및 열경계층의 상대적 증가율

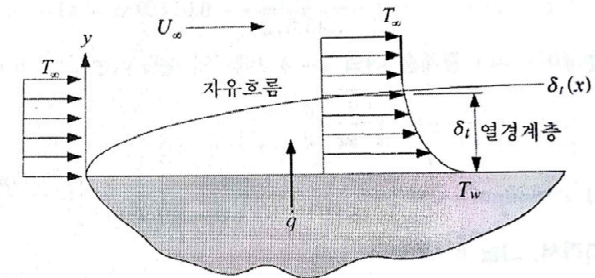


그림 6.5 저온유체가 고온표면을 유동할 때 발생하는 열경계층

표 6.2 유체의 Pr수에 따른 열 및 속도 경계층 두께의 상대적 크기

유체종류	Pr수	상대크기 및 의미
기체(gas)	$Pr \approx 1$	$\delta = \delta_t$ 운동량 이송률 = 열에너지 이송률
액체(기름)	$Pr \gg 1$	$\delta \gg \delta_t$ 운동량 이송률 \gg 열에너지 이송률
액체금속	$Pr \ll 1$	$\delta \ll \delta_t$ 운동량 이송률 \ll 열에너지 이송률

Chap 6. 대류의 원리

6-5. 유체 마찰과 열전달 유사성 : Reynolds analogy → 운동량방정식과 에너지 방정식의 유사성

- 고체 표면의 마찰계수(C_f) vs 전단응력(τ_w)과의 상관관계 → $C_f = \frac{\tau_w}{\rho u_\infty^2 / 2}$ (6.19) $\tau_w = \mu \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0}$ (6.20)

Reynolds 유사성

$$\frac{C_f}{2} \frac{\rho u_\infty^2}{\mu} = \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} \quad (6.21a) \quad \frac{C_f}{2} \frac{u_\infty x}{\nu} \cdot \frac{u_\infty}{x} = \left. \frac{du}{dy} \right|_{y=0} \quad (6.21b)$$

$$\frac{C_f}{2} Re_x = \left. \frac{x}{u_\infty} \frac{du}{dy} \right|_{y=0} \quad (6.21c) \quad \frac{C_{fx}}{2} Re_x = \left. \frac{du^*}{dy^*} \right|_{y^*=0} \quad (6.22)$$

$$\frac{C_{fx}}{2} Re_x = Nu_x \quad (6.23) \quad St_x = \frac{h_x}{\rho u_\infty c_p} = \frac{h_x}{\rho u_\infty c_p} \frac{x}{x} \quad (6.24a)$$

$$St_x = \frac{h_x x}{k} = \frac{h_x \frac{x}{k}}{\frac{1}{\alpha} u_\infty x} = \frac{h_x x / h}{\left(\frac{\nu}{\alpha} \right) \left(\frac{u_\infty x}{\nu} \right)} = \frac{Nu_x}{Re_x Pr} \quad (6.24b)$$

$$\frac{C_{fx}}{2} = St_x \quad (6.25) \quad \text{for } Pr = 1.0$$

$$\frac{C_{fx}}{2} = St_x Pr^{2/3} = j_H \quad 0.6 < Pr < 60 \quad (6.26)$$

(ex) 6-4

Colburn 유사성!

이차항은 중요
선형항은 중요함!

Analogy

The Reynolds Analogy

- Equivalence of dimensionless momentum and energy equations for negligible pressure gradient ($dp^*/dx^* \sim 0$) and $Pr \sim 1$:

$$\underbrace{u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*}}_{\text{Advection terms}} = \underbrace{\frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}}_{\text{Diffusion}}$$

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re Pr} \frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}}$$

- Hence, for equivalent boundary conditions, the solutions are of the same form:

$$u^* = T^* \quad \left. \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0} = \left. \frac{\partial T^*}{\partial y^*} \right|_{y^*=0}$$

$$C_f \frac{Re}{2} = Nu$$

or, with the **Stanton number** defined as,

$$St = \frac{h}{\rho V c_p} = \frac{Nu}{Re Pr}$$

With $Pr = 1$, the **Reynolds analogy**, which relates important parameters of the velocity and thermal boundary layers, is

$$\frac{C_f}{2} = St$$

- Modified Reynolds (Chilton-Colburn) Analogy**

- An empirical result that extends applicability of the Reynolds analogy:

$$\frac{C_f}{2} = St Pr^{2/3} = j_H \quad 0.6 < Pr < 60$$

Colburn j factor for heat transfer

- Applicable to laminar flow if $dp^*/dx^* \sim 0$.

- Generally applicable to turbulent flow without restriction on dp^*/dx^* .

Chap 6. 대류의 원리

6-6. 무차원화와 상사(Similarity)

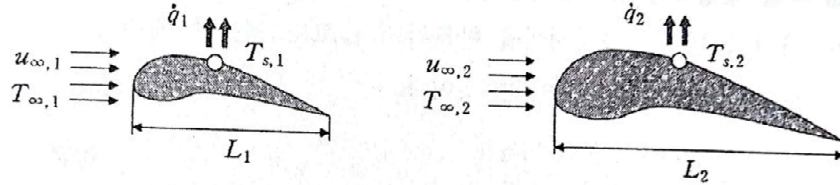


그림 6.7 유동과 열전달 상사성

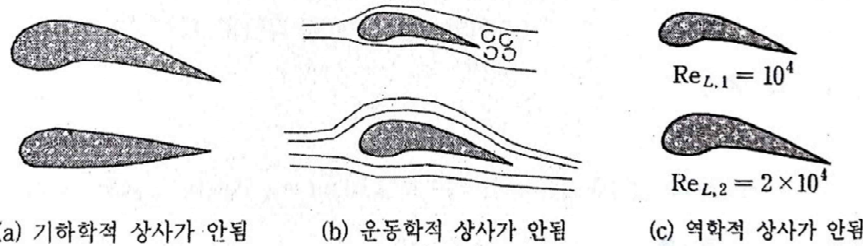
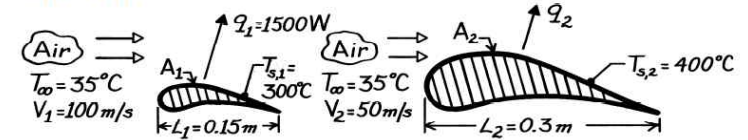


그림 6.8 상사조건에 만족되지 않는 경우

$$Nu_x = \frac{h x}{k_f} = f(\geq \text{Geometry}, x^*, Re_x, Pr) \quad (6.27)$$

Problem 6.19: Determination of heat transfer rate for prescribed turbine blade operating conditions from wind tunnel data obtained for a geometrically similar but smaller blade. The blade surface area may be assumed to be directly proportional to its characteristic length ($A_s \propto L$).

SCHEMATIC:



ASSUMPTIONS: (1) Steady-state conditions, (2) Constant properties, (3) Surface area A is directly proportional to characteristic length L , (4) Negligible radiation, (5) Blade shapes are geometrically similar.

ANALYSIS: For a prescribed geometry, The Reynolds numbers for the blades are

$$\overline{Nu} = \frac{\bar{h}L}{k} = f(Re_L, Pr).$$

$$Re_{L,1} = (V_1 L_1 / \nu_1) = 15 \text{ m}^2 / \text{s} / \nu_1 \quad Re_{L,2} = (V_2 L_2 / \nu_2) = 15 \text{ m}^2 / \text{s} / \nu_2.$$

Hence, with constant properties ($\nu_1 = \nu_2$), $Re_{L,1} = Re_{L,2}$. Also, $Pr_1 = Pr_2$.

Therefore,

$$\begin{aligned} \overline{Nu}_2 &= \overline{Nu}_1 \\ (\bar{h}_2 L_2 / k_2) &= (\bar{h}_1 L_1 / k_1) \\ \bar{h}_2 &= \frac{L_1}{L_2} \bar{h}_1 = \frac{L_1}{L_2} \frac{q_1}{A_1 (T_{s,1} - T_\infty)} \end{aligned}$$

The heat rate for the *second blade* is then

$$\begin{aligned} q_2 &= \bar{h}_2 A_2 (T_{s,2} - T_\infty) = \frac{L_1}{L_2} \frac{A_2}{A_1} \frac{(T_{s,2} - T_\infty)}{(T_{s,1} - T_\infty)} q_1 \\ q_2 &= \frac{T_{s,2} - T_\infty}{T_{s,1} - T_\infty} q_1 = \frac{(400 - 35)}{(300 - 35)} (1500 \text{ W}) \\ q_2 &= 2066 \text{ W}. \end{aligned}$$

COMMENTS: (i) The variation in ν from Case 1 to Case 2 would cause $Re_{L,2}$ to differ from $Re_{L,1}$. However, for air and the prescribed temperatures, this non-constant property effect is small. (ii) If the Reynolds numbers were not equal ($Re_{L,1} \neq Re_{L,2}$), knowledge of the specific form of $f(Re_L, Pr)$ would be needed to determine \bar{h}_2 .