Chap. 8 강제내부유동

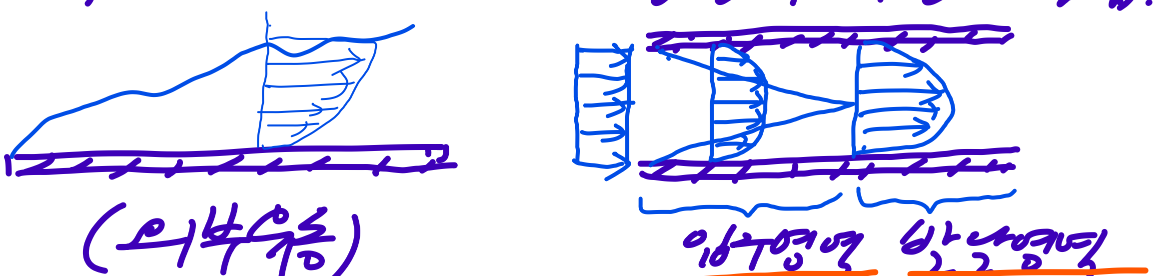
8-1. 서론　8-2. 유량과 Re수　8-3. 속도 및 경계층　8-4. 마찰인자와 압력강하
8-5. 열에너지평형　8-6. 층류의 열전달계수(Nu)　8-7. 난류 Nu

8-1. 서론

ㅇ 내부유동 : pipe, Duct 내부의 유체온도차를 변화에 의한 열전달

→ 경계층 성장에 제한 : 입구(entrance) & 발달(fully develope) 영역

cf. 외부유동 : 경계층 생성에 제한이 없음.



ㅇ 비원형 pip or Duct → 수력직경(D_h)를 원형 시스템으로 등가

→ $\boxed{D_h = \frac{4A_c}{P}}$, where A_c : 단면적, P : 접수길이

ㅇ 유량(질량($\dot{m}$) & 체적($\dot{V}$)유량)과 Reynold 수 관계

8-2. 유량과 Reynolds 수

① 유량 : 질량유량($\dot{m}$) ⇒ $\boxed{\dot{m} = \rho u_m A}$, 체적유량($\dot{V}$) ⇒ $\boxed{\dot{V} = u_m A}$

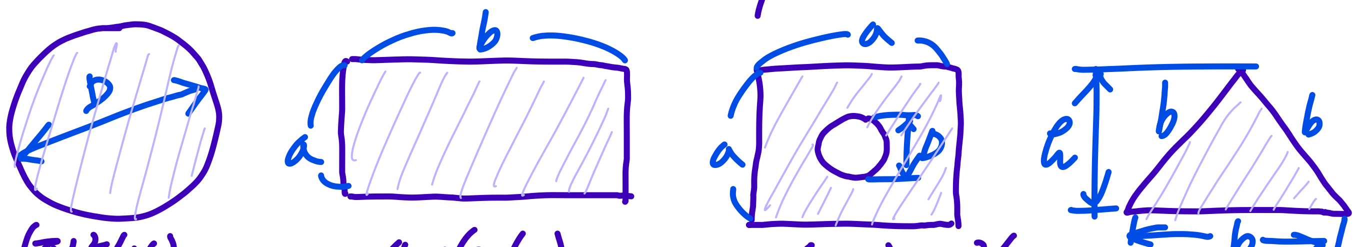
② Reynold 수 (Re) ⟹ 내부유동에서는 유속(u_m)을 유량개념으로 구함

○ 원형인 pipe(D) : $\dot{m} = \rho u_m A$에서 $A = \frac{\pi}{4}D^2$이므로 $u_m = \frac{4\dot{m}}{\rho \pi D^2}$임.

$$\therefore Re = \frac{u_m \cdot D}{(\mu/\rho)} = \frac{4\dot{m}\cdot \cancel{D}}{\cancel{\rho}\pi D^{2}\cdot(\mu/\rho)} = \frac{4\dot{m}}{\pi D \mu} \text{ or } \frac{4\dot{V}}{\pi D \nu} \quad \cdots (8\text{-}5, 6)$$

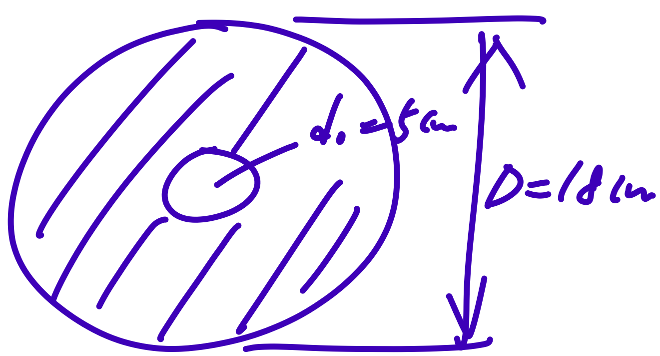
③ 비원형인 경우 : $\boxed{\text{수력반경}(D_h)}$ → Re_D, Nu_D, f(마찰인자)계산에 사용

○ 수력반경(D_h) 정의 : $D_h = \frac{4A_c}{P}$



$D_h = \frac{4\times(\pi D^2/4)}{\pi D} = D$, $\frac{4\times(ab)}{2(a+b)} = \frac{2ab}{(a+b)}$, $A = a^2 - \pi D^2/4$, $P = 4a + \pi D$, $\left(\begin{array}{l} A = bh/2 \\ P = 3b \end{array}\right)$

(EX) 8-2



동심원관, $u_m = 6m/s$, $\nu = 16.19\times10^{-6} m^2/s$

$Re_D = ?$ $A_c = \frac{\pi}{4}(D^2 - d_0^2) = 0.0235(m^2)$

$P = \pi(D + d_0) = 0.7226(m)$

$\therefore D_h = \frac{4\times A_c}{P} = \frac{4\times 0.0235}{0.7226} = 0.130(m)$

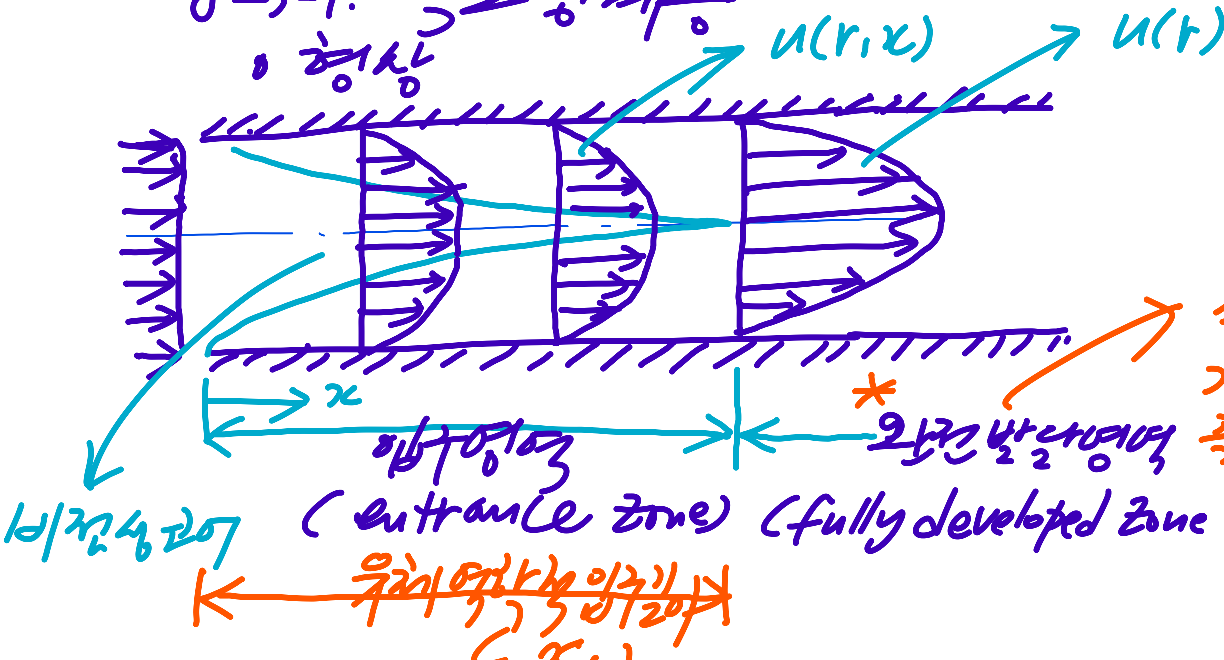
$\therefore Re_D = \frac{u_m \cdot D_h}{\nu} = 4.82\times10^4$ (Ans)

8-3. 속도 및 열경계층

8-3-1. 속도경계층

∘ 형상

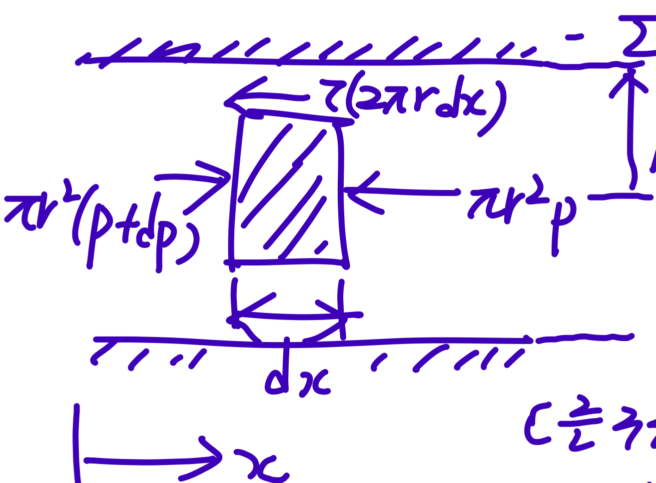
for 내부유동
- 층류 $Re_D \le 2300$
- 천이 $2300 < Re_D < 1\times10^4$
- 난류 $Re_D > 1\times10^4$



속도분포가 더 이상 x에 따라 변하지 않음 즉, $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ ∴ 이 영역의 속도는 오로지 반경(r) 방향 함수 즉, u(r)

- 층류 : $(x_h/D)_{lam} \approx 0.05 Re_D$, 난류 : $10 < \left(\frac{x_h}{D}\right)_{turb} < 60$

∘ 속도분포 for 완전발달영역



$\Sigma F_x = 0 = (p+dp)\pi r^2 - \pi r^2 p - \tau(2\pi r\,dx)$ 임.

$\tau = \mu \frac{du}{dr}$ 이므로 윗식에 대입해서 정리하면,

$du = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx} r\,dr$ 이고 이를 적분하면,

$$u(r) = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\int r\,dr = \frac{1}{2\mu}\frac{dp}{dx}\frac{r^2}{2} + C \quad \cdots (8\text{-}13)$$

[C는 경계조건(B.C), $r=R \rightarrow u(r)=0$

$$\therefore u(r) = -\frac{1}{4}\frac{dp}{dx}R^2\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \quad \cdots (8\text{-}14)$$

o 평균속도(u_m) for 완전발달영역

from (8-14), $u_m = \dfrac{\int \rho u(r) dA}{\rho A} = \dfrac{2\pi\rho}{\rho \pi R^2}\int_0^R u(r) r \cdot dr = \boxed{\dfrac{2}{R^2}\int_0^R u(r) r dr}$ (8-15)

(8-14) → (8-15)에 대입해서 정리하면,

$$\therefore \boxed{u_m = -\frac{R^2}{8\mu}\frac{dP}{dx}} \cdots (8\text{-}16)$$

⟹ 질량유량($\dot{m}$)을 통해 u_m을 구하면 이식을 통해 압력구배(dP/dx)를 구할수 있음!!

식(8-14) & (8-16)을 통해 최종 층류내부유동의 속도분포식은,

$$\boxed{\frac{u(r)}{u_m} = 2\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]} \cdots (8\text{-}17)$$

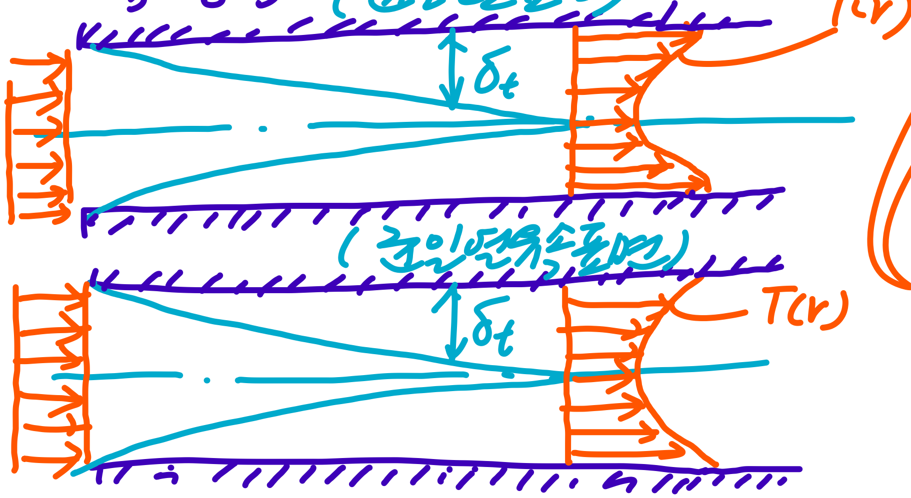
→ $u_{max} = 2u_m$ (중심)

o 난류유동의 경우

- 유체역학적 입구길이 $(x_h)_{turb}$: $10 < \left(\frac{x}{D}\right)_{turb} < 60$
- 난류내부유동식 : 해석적으론 불가능하며, 실험적으로 구함.

8-3-2. 열경계층

o 형상



o 열적입구길이 (x_t, thermal entrance length)

- 층류 : $\left(\frac{x_t}{D}\right)_{lam} \approx 0.05 Re_D \cdot Pr$
- 난류 : $\left(\frac{x_t}{D}\right)_{turb} > 10$

8-4. 마찰인자 (f) 와 압력강하 (Δp)

- 압력강하 (Δp) (8-21)

$\Rightarrow$ $\boxed{\dot{P}_{ower} = \Delta p \cdot \dot{V}}$, where Δp : 압력강하 $[N/m^2]$, $\dot{V}$: 체적유량 $[m^3/s]$

$\dot{P}_{ower}$: 내부유동에 필요한 소요동력 (Watt)

- 압력강하 vs 마찰인자 (f) 상관식 $\leftarrow$ By Darcy eqn

$$\Rightarrow \quad f = \frac{\Delta p}{(l/D)\,\rho u_m^2/2} \quad \cdots (8\text{-}22)$$

where, l : pipe 길이, D or D_h : 직경

u_m : 평균속도

$\Rightarrow$ ∴ 관내 마찰계수 (f) 값을 알면 윗식으로부터 Δp를 알 수 있음!

- 층류유동 : $f = \dfrac{64}{Re_D}$ $\cdots (8\text{-}23)$

- 난류유동 : Moody 선도 or 마찰인자 근사식 사용

$$f = 0.316\,Re^{-0.25} \quad \text{for } Re < 2\times10^4 \quad \cdots (8\text{-}24)$$

$$f = 0.184\,Re^{-0.2} \quad \text{for } 2\times10^4 < Re < 3\times10^5 \quad \cdots (8\text{-}25)$$

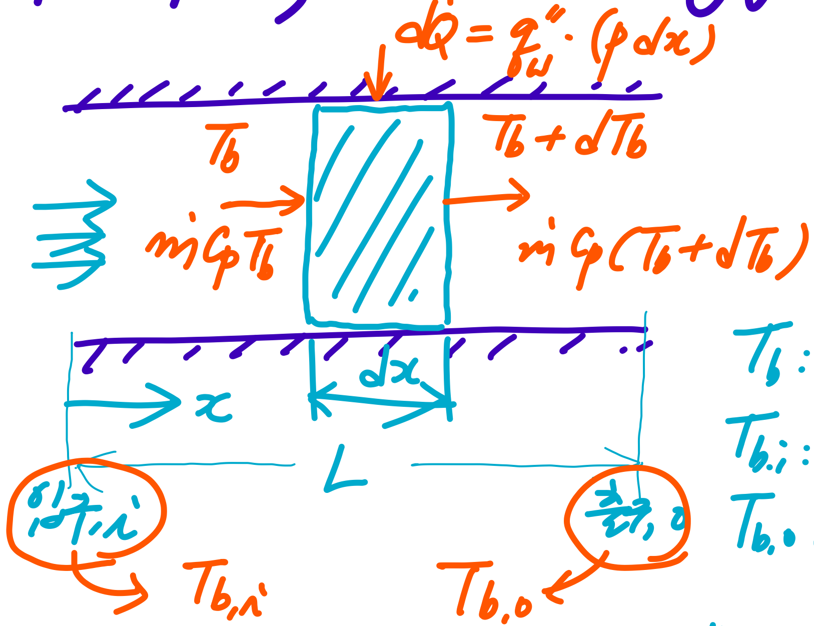
완전 발달 난류 영역

$$\boxed{f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{1}{3.7(D/\lambda)} + \frac{5.74}{Re_D^{0.9}}\right)\right]^2}} \quad \cdots (8\text{-}26)$$

for 천이 및 전체 난류영역

8-5. 열에너지평형 → 유체의 혼합출구온도($T_{b,o}$), ΔT_{lm} 구하기

○ 미소검사체적에 대한 Energy 평형식 유도



T_b : bulk temp.

$T_{b,i}$: 입구 〃

$T_{b,o}$: 출구 〃

$\dot{Q} = \dot m C_p (T_{b,o} - T_{b,i}) =$
- ① for $q''_w = $ const.
  - $q''_w \cdot A = q''_w \cdot (\pi D) L$
- ② for $T_w = $ const.
  - $h_m \cdot A \cdot \Delta T_{lm}$ ($A \to (\pi D L)$)

$\dot{Q} = \dot m C_p (T_{b,o} - T_{b,i}) = q''_w \cdot (\pi D L) \Rightarrow d\dot{Q} = \dot m C_p\, dT_b = q''_w \cdot \pi D \cdot dx$ ($\pi D \to P$)

즉, $\dot m C_p\, dT_b = q''_w \cdot p \cdot dx$ 에서 $\therefore \dfrac{dT_b}{dx} = \dfrac{q''_w \cdot p}{\dot m C_p}$ 이고 $q''_w = h(T_w - T_b)$ 이므로

$\therefore \boxed{\dfrac{dT_b}{dx} = \dfrac{p \cdot h}{\dot m C_p}(T_w - T_b)}$ 이다. $\cdots$ (8-30) ($\frac{p \cdot h}{\dot m C_p}$: const.)

여기서, let $(T_w - T_b) \equiv \Delta T$ 하면

즉, $T_b = T_w - \Delta T$ 이니 ($\because T_w = $ const.)

$dT_b = dT_w - d(\Delta T) = -d(\Delta T)$

$\therefore \dfrac{dT_b}{dx} = -\dfrac{d(\Delta T)}{dx} = \dfrac{ph}{\dot m C_p}\Delta T$

⇒ 즉, $\dfrac{dT_b}{dx} = -\dfrac{d(\Delta T)}{dx} = \dfrac{ph}{\dot m C_p}\Delta T$ 인데, 변수분리하면,

$\dfrac{d(\Delta T)}{\Delta T} = -\dfrac{ph}{\dot m C_p}dx$ 이다. 이를 적분하면,

$$\int_{\Delta T_i}^{\Delta T_o} \frac{d\Delta T}{\Delta T} = -\frac{p}{\dot m C_p}\int_0^L h\,dx,$$

$$\ln(\Delta T_o / \Delta T_i) = -\frac{pL}{\dot m C_p}\underbrace{\int_0^L \frac{1}{L} h\,dx}_{h_m} = -\frac{pL}{\dot m C_p} h_m$$

8-3-1. 등온표면 ($T_w = const.$)

식 8-30에서 $T_w - T_b = \Delta T$로 놓고 다시 정리하면, 前 page에서와 같이

관전체, 관일부

$$\ln(\Delta T_o / \Delta T_i) = \boxed{-\frac{pL}{\dot{m}C_p} h_m} \quad or \quad \boxed{-\frac{px}{\dot{m}C_p} h_m} \quad \cdots (8\text{-}32)$$

where, $\Delta T_o = (T_w - T_{b.o})$, $\Delta T_i = (T_w - T_i)$, $p = \pi D$

$$\therefore \frac{(T_w - T_{b.o})}{(T_w - T_{b.i})} = \exp\left(-\frac{p x h_m}{\dot{m} C_p}\right)$$

이고, $\underbrace{\Delta T_{lm}}_{\text{대수평균온도차}} = \dfrac{(T_w - T_{b.o}) - (T_w - T_{b.i})}{\ln[(T_w - T_{b.o})/(T_w - T_{b.i})]}$

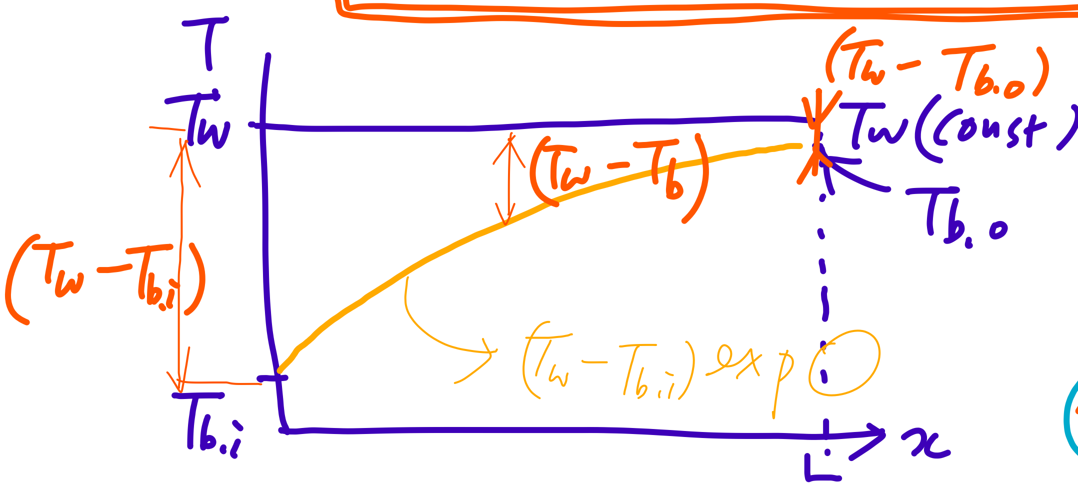
등온표면에서 열전달율($\dot{Q}$)는

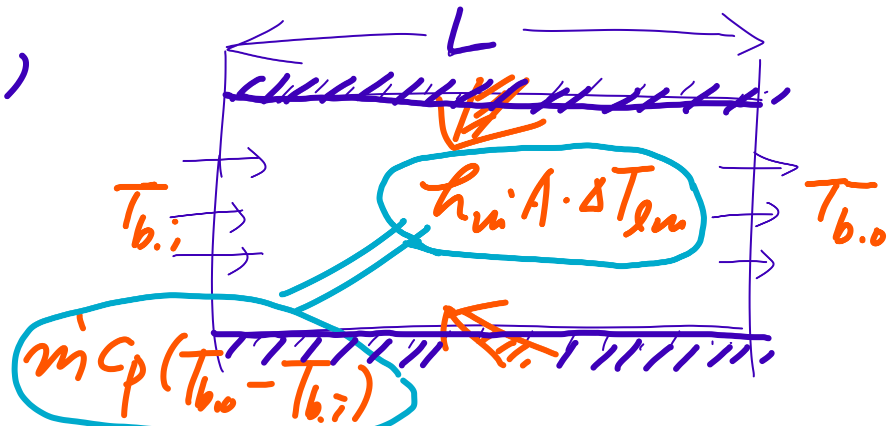
$$\boxed{\dot{Q} = h_m \cdot A \cdot \Delta T_{lm}} \quad (8\text{-}34)$$

where (ΔT_{lm} : 대수평균온도차, A : $\pi D L$)

or

$$\boxed{\dot{Q} = \dot{m} C_p (T_{b.o} - T_{b.i})} \quad (8\text{-}28)$$





8-3-2. 균일 열유속 표면 ($q_w'' = const.$)

○ 균일 열유속 표면과의 임의 위치에서의 유체온도 ($T_b(x)$)

from (8-30), 즉, $\frac{dT_b}{dx} = \frac{q_w'' \cdot P}{\dot{m} C_p}$ 에서

$dT_b = \frac{q_w'' \cdot P}{\dot{m} C_p} dx$ 이고, 적분하면

$$\int_0^x dT_b = \frac{q_w'' \cdot P}{\dot{m} C_p} \int_0^x dx \Rightarrow \boxed{T_b(x) = T_{b,i} + \frac{q_w'' \cdot P}{\dot{m} C_p} \cdot x} \quad \text{—(8-38)}$$

따라서 입구 유체온도는 알고 있음.